

Ile masy z belki o ciągłym rozkładzie odpowiada belce z masą skupioną ?

1) Dane:

$$h = 30\text{cm}$$

$$b = 15\text{cm}$$

$$L = 11\text{m}$$

$$E = 30\text{GPa}$$

$$\rho = 2000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

wysokość przekroju belki żelbetowej

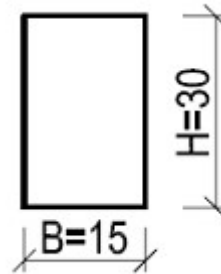
szerokość przekroju belki żelbetowej

długość belki

moduł Younga

gęstość materiału

Schemat statyczny belki:



2) Zagadnienie własne belki przy ciągłym rozkładzie masy:

$$I = \frac{b \cdot h^3}{12} = 33750 \cdot \text{cm}^4$$

moment bezwładności

$$\mu = \rho \cdot h \cdot b = 90 \frac{\text{kg}}{\text{m}}$$

masa rozłożona na metr bieżący belki

Zagadnienie własne

$$p(x, t) = 0$$

$$\frac{\delta^2}{\delta x^2} \left(EI(x) \cdot \frac{\delta^2 q(x, t)}{\delta x^2} \right) + \mu(x) \cdot \frac{\delta^2 q(x, t)}{\delta t^2} = 0$$

$$q(x, t) = w(x) \cdot \sin \omega t$$

$$\frac{\delta^2 q}{\delta t^2} = -\omega^2 \cdot w(x) \cdot \sin \omega t$$

$$\frac{d^2}{dx^2} \left(EI(x) \cdot \frac{d^2 w(x)}{dx^2} \right) - \omega^2 \mu(x) \cdot w(x) = 0$$

$$w(x) = A_1 \cdot w_I(x) + A_2 \cdot w_{II}(x) + A_3 \cdot w_{III}(x) + A_4 \cdot w_{IV}(x)$$

$w_I, w_{II}, w_{III}, w_{IV}$ -całki szczególne równań liniowo-wzajemnie zależnych

A, B, C, D -stałe całkowania

$$EI \cdot \frac{d^4 w(x)}{dx^4} - \mu \omega^2 w(x) = 0$$

Warunki brzegowe:

- 1) $w(0) = 0$
- 2) $M(0) = 0 \Rightarrow w''(0) = 0$
- 3) $w(L) = 0$
- 4) $M(L) = 0 \Rightarrow w''(L) = 0$

Rozwiązanie ogólne pręta o ciągłym rozkładzie masy:

$$w(x) = A \cdot \sin(\alpha \cdot x) + B \cdot \cos(\alpha \cdot x) + C \cdot \sinh(\alpha \cdot x) + D \cdot \cosh(\alpha \cdot x)$$

gdzie: $\alpha^4 = \frac{\mu \cdot \omega^2}{E \cdot I}$

Pierwsza, druga pochodna rozwiązania ogólnego:

$$w'(x) = \alpha \cdot A \cdot \cos(\alpha \cdot x) - \alpha \cdot B \cdot \sin(\alpha \cdot x) + \alpha \cdot C \cdot \cosh(\alpha \cdot x) + \alpha \cdot D \cdot \sinh(\alpha \cdot x)$$

$$w''(x) = -\alpha^2 \cdot A \cdot \sin(\alpha \cdot x) - \alpha^2 \cdot B \cdot \cos(\alpha \cdot x) + \alpha^2 \cdot C \cdot \sinh(\alpha \cdot x) + \alpha^2 \cdot D \cdot \cosh(\alpha \cdot x)$$

Z warunków brzegowych otrzymano:

- 1) $B + D = 0$
- 2) $-B + D = 0$
- 3) $-\alpha^2 \cdot A \cdot \sin(\alpha \cdot L) - \alpha^2 \cdot B \cdot \cos(\alpha \cdot L) + \alpha^2 \cdot C \cdot \sinh(\alpha \cdot L) + \alpha^2 \cdot D \cdot \cosh(\alpha \cdot L) = 0$
- 4) $-A \cdot \sin(\alpha \cdot L) - B \cdot \cos(\alpha \cdot L) + C \cdot \sinh(\alpha \cdot L) + \alpha \cdot D \cdot \cosh(\alpha \cdot L) = 0$

Z dwóch pierwszych warunków brzegowych wynika, że:

$$B = 0 \quad \text{oraz} \quad D = 0$$

Co wykorzystujemy w równaniach 3) i 4). Sumowanie równań prowadzi do stałej:

$$C = 0$$

a ich odjęcie, do zależności:

$$2 \cdot A \cdot \sin(\alpha \cdot L) = 0$$

Równanie jest spełnione, gdy $A=0$ lub $\sin(\alpha L)=0$. Funkcja $\sin(x)$ ma miejsca zerowe dla $x = k\pi$, czyli:

$$\alpha \cdot L = k \cdot \pi$$

a współczynnik:

$$\alpha = \frac{k \cdot \pi}{L}$$

Ponieważ przyjęte zostało podstawienie:

$$\alpha^4 = \frac{\mu \cdot \omega^2}{E \cdot I}$$

to:

$$\omega^2 = \frac{\alpha^4 \cdot E \cdot I}{L^4 \cdot \mu}$$

Wobec tego:

$$\omega(k) = \frac{k^2 \cdot \pi^2}{L^2} \cdot \sqrt{\frac{E \cdot I}{\mu}} \quad \omega(1) = 27.358 \cdot \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

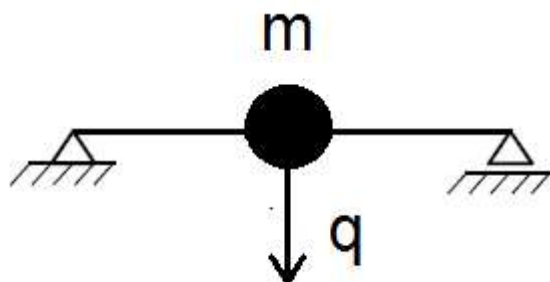
$$f_1 = \frac{\omega(1)}{2 \cdot \pi} = 4.354 \frac{1}{\text{s}}$$

Porównanie obliczeń z wynikiem analizy modalnej w programie MES



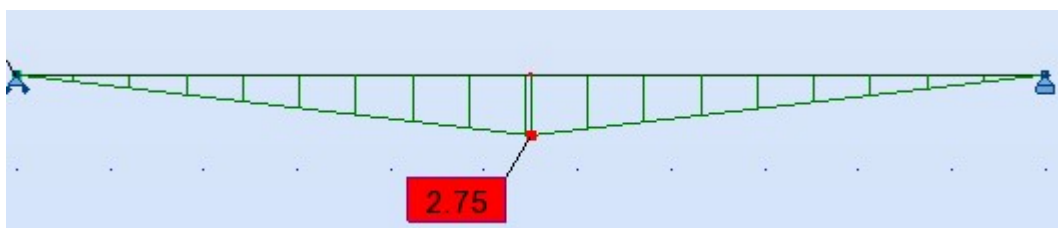
3) Model dyskretny diagnozujący pierwszą częstotliwość drgań własnych:

Założono, że masę skupioną przyłożono w połowie rozpiętości belki ($x=1/2L$)



3.1 Wyznaczenie macierzy podatności układu:

Wykres momentów od siły jednostkowej:



Podatność dynamiczna układu:

$$\delta = \sum \int \frac{M_{P1} \cdot M_{P1}}{EI} ds \quad \delta_m = \frac{\left(\frac{1}{3} \cdot 2.75 \cdot 2.75 \cdot 5.5\right) \cdot 2}{E \cdot I} \cdot m^3 = 27.729 \cdot \frac{m^3}{E \cdot I}$$

3.2 Wyznaczenie skupionej masy zastępczej:

$$k = \frac{1}{\delta} = 0.036 \cdot \frac{E \cdot I}{m^3} \quad k = 365.139 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$\omega(1) = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{1}{\delta \cdot m}} \quad m_a = \frac{1}{\delta \cdot \omega(1)^2} = 487.839 \text{ kg}$$

Całkowita masa belki wynosi: $M = \mu \cdot L = 990 \text{ kg}$

Udział masowy: $\frac{m_a}{M} = 0.493$

Belki badane

Geometria do zweryfikowania

$$bb = 3 \cdot \text{cm}$$

$$hb = 0.8 \cdot \text{cm}$$

$$E = 70 \cdot \text{GPa}$$

$$\mu b = 2700 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$J = \frac{bb \cdot hb^3}{12}$$

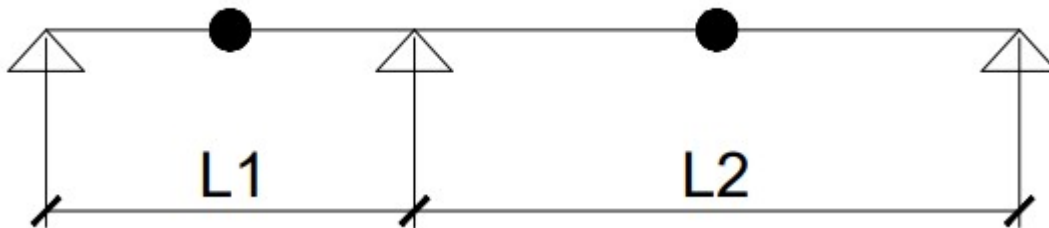
długości przęseł belki ciągłej

$$L1 = 0.56 \cdot \text{m}$$

$$L2 = 0.92 \cdot \text{m}$$

$$Lb = L1 + L2$$

$$x = 0,001 \cdot \text{m} \dots Lb$$



Macierz mas wynika z rozkładu masy ciągłej

$$Ma = \begin{pmatrix} \frac{ma}{M} \cdot L1 \cdot hb \cdot bb \cdot \mu b & 0 \\ 0 & \frac{ma}{M} \cdot L2 \cdot hb \cdot bb \cdot \mu b \end{pmatrix} = \begin{array}{|c|c|c|} \hline & 1 & 2 \\ \hline 1 & 0.179 & 0 \\ \hline 2 & 0 & 0.294 \\ \hline \end{array} \text{ kg}$$

Macierz mas wynika czujników i/lub podstaw

$$Ma_{\text{czujniki}} = \begin{pmatrix} 0.12 & 0 \\ 0 & 0.10 \end{pmatrix} \cdot \text{kg}$$

Macierz mas sumacyjna

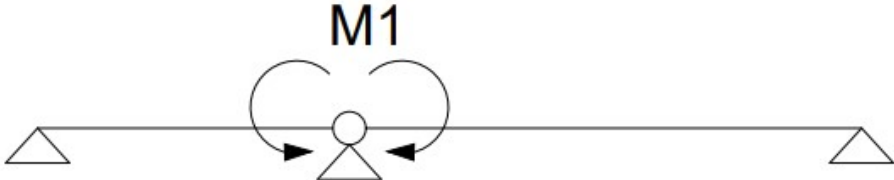
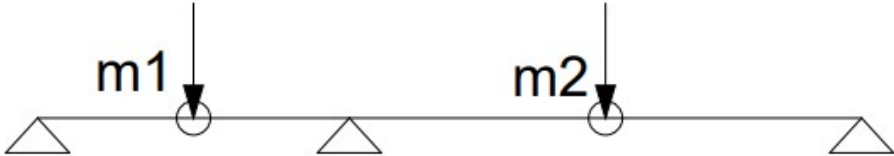
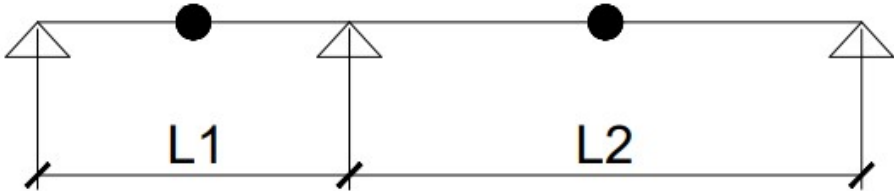
$$Ma = Ma + Ma_{\text{czujniki}}$$

$$(\delta d_{1,1} \cdot Ma_{1,1} \cdot \omega^2 - 1) \cdot A_1 + \delta d_{1,2} \cdot Ma_{2,2} \cdot \omega^2 \cdot A_2 = 0$$

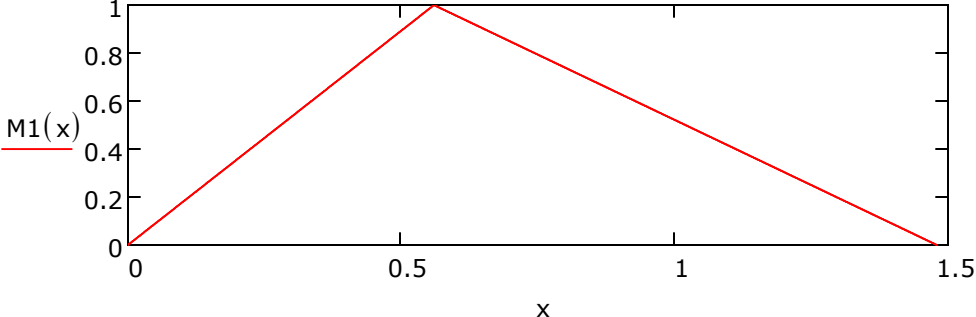
$$\delta d_{1,2} \cdot Ma_{1,1} \cdot \omega^2 \cdot A_1 + (\delta d_{2,2} \cdot Ma_{2,2} \cdot \omega^2 - 1) \cdot A_2 = 0$$

$$Ma = \begin{array}{|c|c|c|} \hline & 1 & 2 \\ \hline 1 & 0.299 & 0 \\ \hline 2 & 0 & 0.394 \\ \hline \end{array} \text{ kg}$$

Belka podparta przegubowo

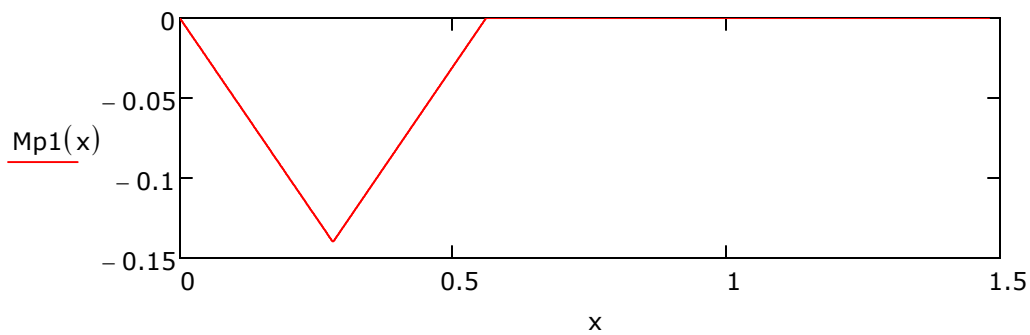


$$M1(x) = \begin{cases} \frac{x}{L1} & \text{if } x < L1 \\ \frac{-(x - L1)}{L2} + 1 & \text{if } x > L1 \end{cases}$$



Pierwszy kierunek drgań

$$M_{p1}(x) = \begin{cases} \frac{-x}{\frac{L1}{2}} \cdot \frac{L1}{4} & \text{if } x < \frac{L1}{2} \\ \left(\frac{x - \frac{L1}{2}}{\frac{L1}{2}} \cdot \frac{L1}{4} - \frac{L1}{4} \right) & \text{if } x > \frac{L1}{2} \\ 0 & \text{if } x > L1 \end{cases}$$



Macierz podatności

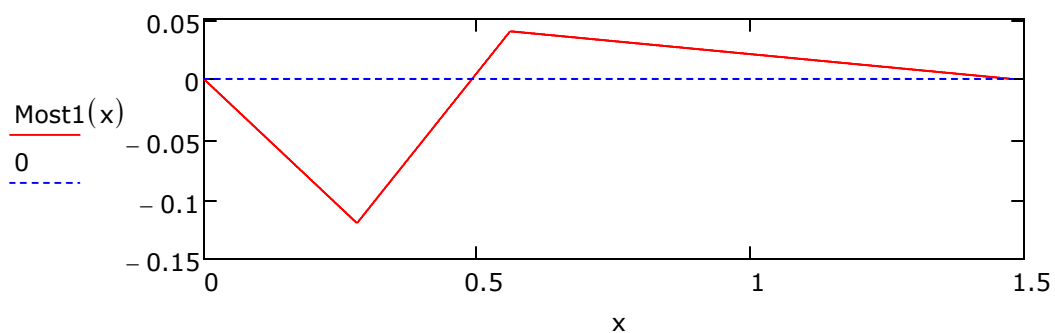
$$\delta_{11} = \int_0^{Lb} M1(x) \cdot M1(x) dx = 0.493 \text{ m}$$

przemieszczenia

$$\Delta 1 = \int_0^{Lb} M1(x) \cdot M_{p1}(x) dx = -0.02 \text{ m}^2$$

$$X = \frac{-\Delta 1}{\delta_{11}} = 0.04 \text{ m}$$

$$Most1(x) = M1(x) \cdot X + M_{p1}(x)$$

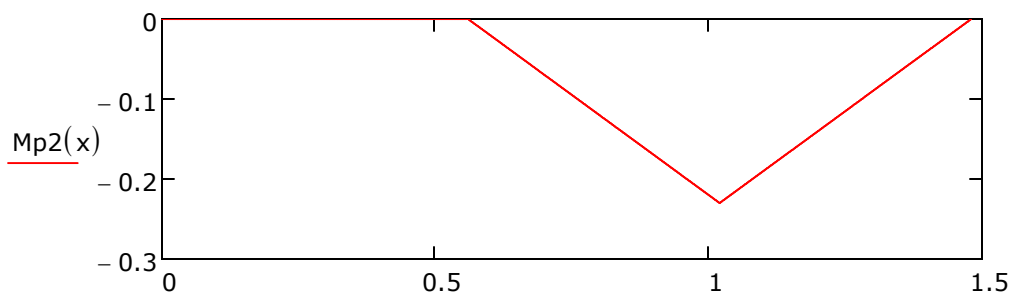


$$Most1\left(\frac{L1}{2} + 0.001 \cdot \text{m}\right) = -119.52 \cdot \text{mm}$$

$$Most1(L1 + 0.01 \cdot \text{m}) = 39.384 \cdot \text{mm}$$

Drugi kierunek drgań

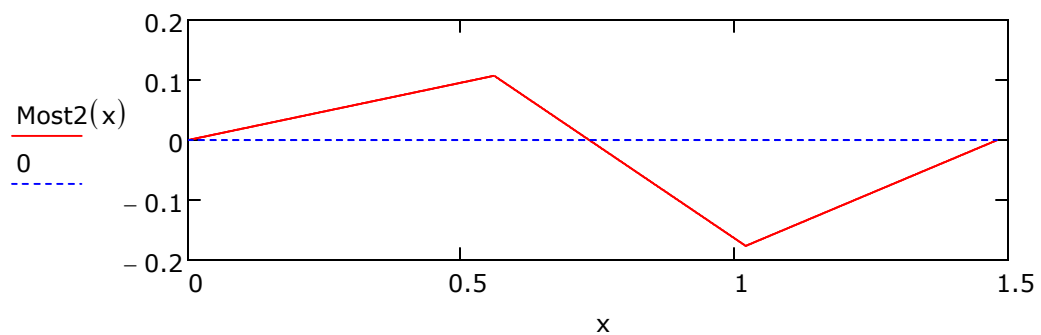
$$M_{p2}(x) = \begin{cases} 0 & \text{if } x < L_1 \\ \frac{-(x - L_1) \cdot \frac{L_2}{2}}{\left(\frac{L_2}{2}\right) \cdot \frac{L_2}{4}} & \text{if } x > L_1 \\ \frac{\left[x - \left(L_1 + \frac{L_2}{2}\right)\right] \cdot \frac{L_2}{4} - \frac{L_2}{4}}{\left(\frac{L_2}{2}\right)} & \text{if } x > L_1 + \frac{L_2}{2} \end{cases}$$



$$\Delta_2 = \int_n^{Lb} M_1(x) \cdot M_{p2}(x) dx = -0.053 \text{ m}^2$$

$$X_{\text{w}} = \frac{-\Delta_2}{\delta_{11}} = 0.107 \text{ m}$$

$$M_{ost2}(x) = M_1(x) \cdot X + M_{p2}(x)$$



$$M_{ost2}(L_1 + 0.001 \cdot \text{m}) = 106.614 \cdot \text{mm}$$

$$M_{ost2}\left(L_1 + \frac{L_2}{2} + 0.01 \cdot \text{m}\right) = -172.55 \cdot \text{mm}$$

$$\delta d_{1,1} = \int_0^{Lb} \frac{Most1(x) \cdot Most1(x)}{E \cdot J} dx = 31.857 \cdot \frac{mm}{kN}$$

$$\delta d_{1,2} = \int_0^{Lb} \frac{Most1(x) \cdot Most2(x)}{E \cdot J} dx = -23.469 \cdot \frac{mm}{kN}$$

$$\delta d_{2,1} = \int_0^{Lb} \frac{Most1(x) \cdot Most2(x)}{E \cdot J} dx = -23.469 \cdot \frac{mm}{kN}$$

$$\delta d_{2,2} = \int_0^{Lb} \frac{Most2(x) \cdot Most2(x)}{E \cdot J} dx = 115.552 \cdot \frac{mm}{kN}$$

$$(\delta d_{1,1} \cdot Ma_{1,1} \cdot \omega^2 - 1) \cdot A_1 + \delta d_{1,2} \cdot Ma_{2,2} \cdot \omega^2 \cdot A_2 = 0$$

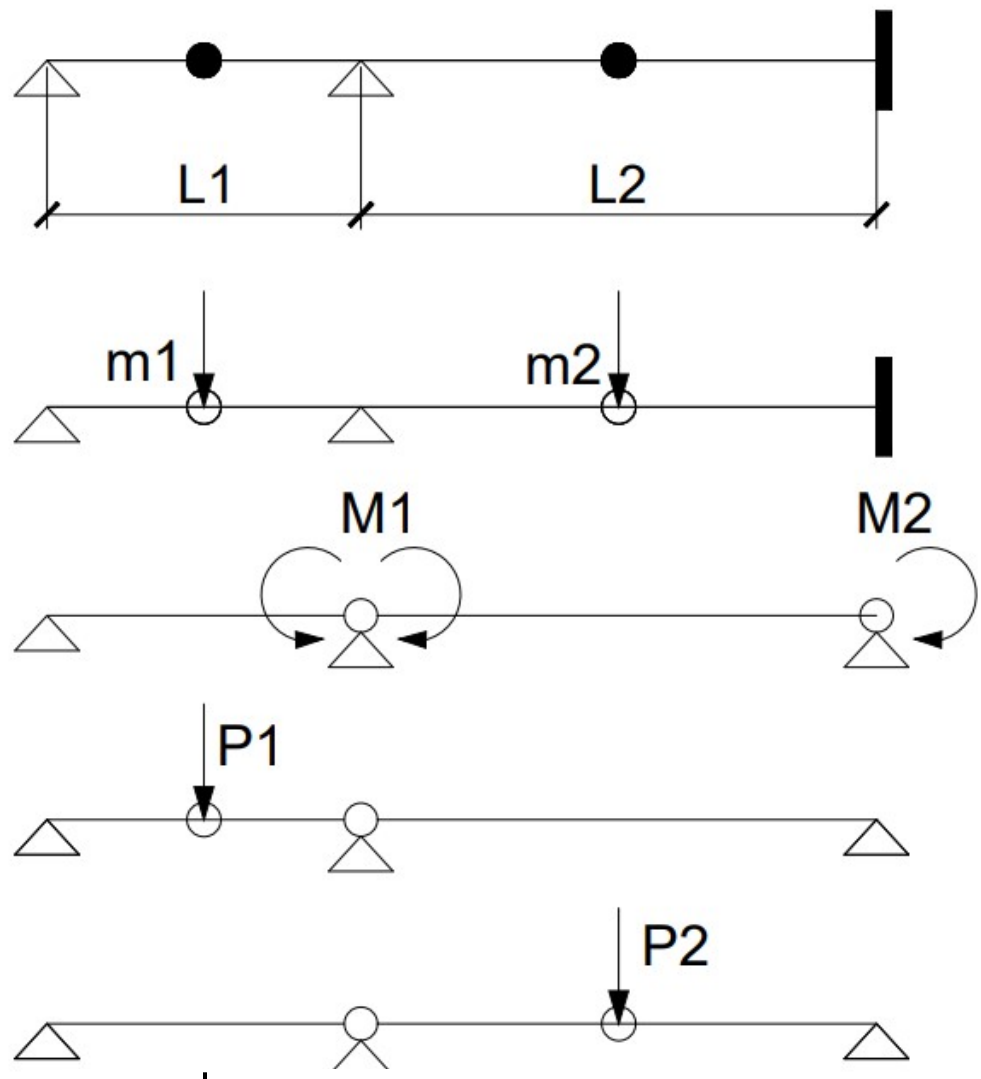
$$\delta d_{1,2} \cdot Ma_{1,1} \cdot \omega^2 \cdot A_1 + (\delta d_{2,2} \cdot Ma_{2,2} \cdot \omega^2 - 1) \cdot A_2 = 0$$

$$\omega = \text{eigenvals}(\delta d \cdot Ma)^{-0.5} = \begin{array}{|c|c|} \hline & 1 \\ \hline 1 & 358.052 \\ \hline 2 & 145.525 \\ \hline \end{array} \frac{1}{s}$$

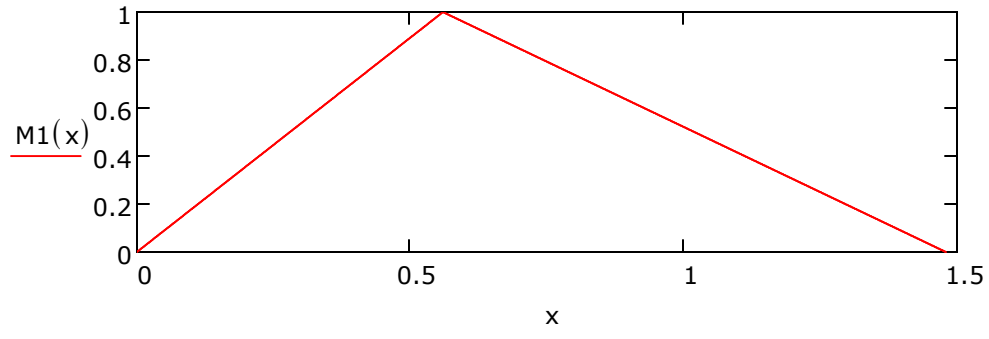
Problem własny dla belki podpartej przegubowo

$$f = \frac{\omega}{2 \cdot \pi} = \begin{array}{|c|c|} \hline & 1 \\ \hline 1 & 56.986 \\ \hline 2 & 23.161 \\ \hline \end{array} \cdot \text{Hz}$$

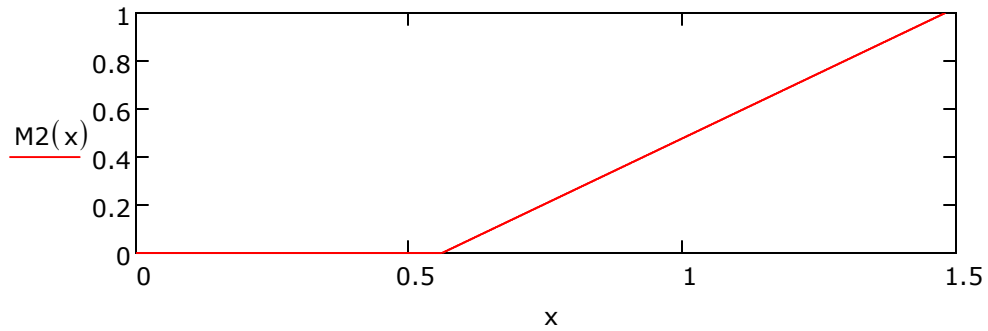
Belka utwierdzona z jednego końca



$$M1(x) = \begin{cases} \frac{x}{L1} & \text{if } x < L1 \\ \frac{-(x - L1)}{L2} + 1 & \text{if } x > L1 \end{cases}$$



$$M_2(x) = \begin{cases} 0 & \text{if } x < L_1 \\ \frac{(x - L_1)}{L_2} & \text{if } x > L_1 \end{cases}$$



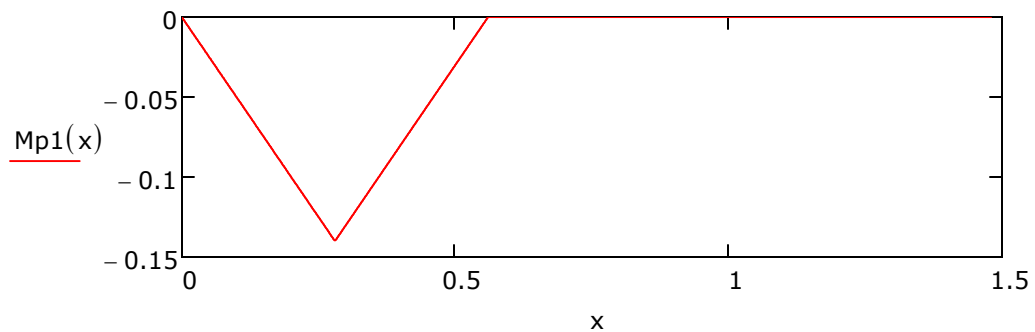
$$\delta u_{1,1} = \int_0^{L_b} M_1(x) \cdot M_1(x) dx = 0.493 \text{ m}$$

$$\delta u_{1,2} = \int_0^{L_b} M_1(x) \cdot M_2(x) dx = 0.153 \text{ m}$$

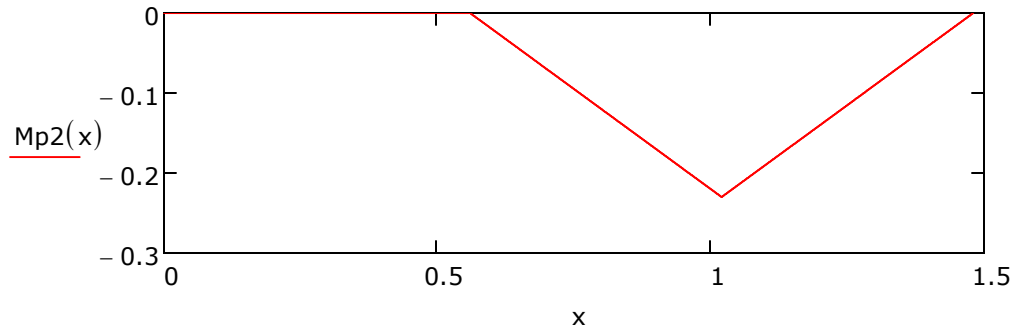
$$\delta u_{2,1} = \int_0^{L_b} M_1(x) \cdot M_2(x) dx = 0.153 \text{ m}$$

$$\delta u_{2,2} = \int_0^{L_b} M_2(x) \cdot M_2(x) dx = 0.307 \text{ m}$$

$$M_{p1}(x) = \begin{cases} \frac{-x}{\frac{L_1}{2}} \cdot \frac{L_1}{4} & \text{if } x < \frac{L_1}{2} \\ \left(\frac{x - \frac{L_1}{2}}{\frac{L_1}{2}} \cdot \frac{L_1}{4} - \frac{L_1}{4} \right) & \text{if } x > \frac{L_1}{2} \\ 0 & \text{if } x > L_1 \end{cases}$$



$$M_{p2}(x) = \begin{cases} 0 & \text{if } x < L1 \\ \frac{-(x - L1) \cdot L2}{\left(\frac{L2}{2}\right) \cdot 4} & \text{if } x > L1 \\ \frac{\left[x - \left(L1 + \frac{L2}{2}\right)\right] \cdot L2 - \frac{L2}{4}}{\left(\frac{L2}{2}\right)} & \text{if } x > L1 + \frac{L2}{2} \end{cases}$$

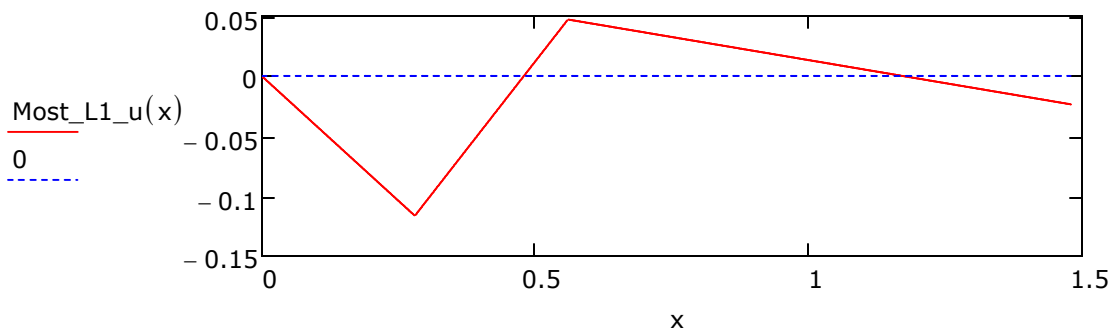


$$\Delta L1_1 = \int_0^{Lb} M1(x) \cdot Mp1(x) dx = -0.02 \text{ m}^2$$

$$\Delta L1_2 = \int_0^{Lb} M2(x) \cdot Mp1(x) dx = 0 \text{ m}^2$$

$$X = -\delta u^{-1} \cdot \Delta L1 = \begin{array}{|c|c|} \hline & 1 \\ \hline 1 & 0.047 \\ \hline 2 & -0.024 \\ \hline \end{array} \text{ m}$$

$$Most_{L1_u}(x) = M1(x) \cdot X_1 + M2(x) \cdot X_2 + Mp1(x)$$



$$\text{Most}_{L1_u}(L1 + 0.001 \cdot m) = 47.067 \cdot \text{mm}$$

$$\text{Most}_{L1_u}\left(L1 + \frac{L2}{2} + 0.01 \cdot m\right) = 11.017 \cdot \text{mm}$$

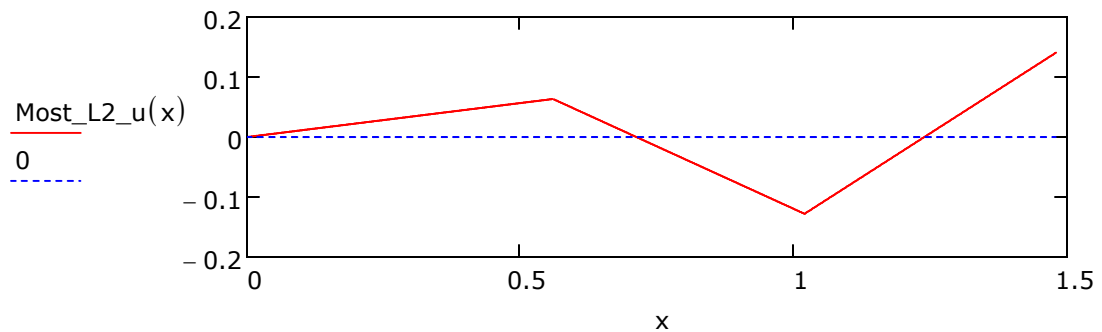
$$\text{Most}_{L1_u}(L1 + L2 - 0.01 \cdot m) = -22.803 \cdot \text{mm}$$

$$\Delta L2_1 = \int_0^{Lb} M1(x) \cdot Mp2(x) \, dx = -0.053 \, \text{m}^2$$

$$\Delta L2_2 = \int_0^{Lb} M2(x) \cdot Mp2(x) \, dx = -0.053 \, \text{m}^2$$

$$\underline{\underline{X}} = -\delta u^{-1} \cdot \Delta L2 = \begin{array}{|c|c|} \hline & 1 \\ \hline 1 & 0.063 \\ \hline 2 & 0.141 \\ \hline \end{array} \text{m}$$

$$\text{Most}_{L2_u}(x) = M1(x) \cdot X_1 + M2(x) \cdot X_2 + Mp2(x)$$



$$\text{Most}_{L2_u}(L1 + 0.001 \cdot m) = 63.064 \cdot \text{mm}$$

$$\text{Most}_{L2_u}\left(L1 + \frac{L2}{2} + 0.01 \cdot m\right) = -122.04 \cdot \text{mm}$$

$$\text{Most}_{L2_u}(L1 + L2 - 0.01 \cdot m) = 134.92 \cdot \text{mm}$$

$$\delta du_{1,1} = \int_0^{Lb} \frac{Most_L1_u(x) \cdot Most_L1_u(x)}{E \cdot J} dx = 30.253 \cdot \frac{mm}{kN}$$

$$\delta du_{1,2} = \int_0^{Lb} \frac{Most_L1_u(x) \cdot Most_L2_u(x)}{E \cdot J} dx = -13.903 \cdot \frac{mm}{kN}$$

$$\delta du_{2,1} = \int_0^{Lb} \frac{Most_L2_u(x) \cdot Most_L1_u(x)}{E \cdot J} dx = -13.903 \cdot \frac{mm}{kN}$$

$$\delta du_{2,2} = \int_0^{Lb} \frac{Most_L2_u(x) \cdot Most_L2_u(x)}{E \cdot J} dx = 59.078 \cdot \frac{mm}{kN}$$

$$(\delta du_{1,1} \cdot Ma_{1,1} \cdot \omega^2 - 1) \cdot A_1 + \delta du_{1,2} \cdot Ma_{2,2} \cdot \omega^2 \cdot A_2 = 0$$

$$\delta du_{1,2} \cdot Ma_{1,1} \cdot \omega^2 \cdot A_1 + (\delta du_{2,2} \cdot Ma_{2,2} \cdot \omega^2 - 1) \cdot A_2 = 0$$

$$\omega u = \text{eigenvals}(\delta du \cdot Ma)^{-0.5} = \begin{array}{|c|c|} \hline & 1 \\ \hline 1 & 362.999 \\ \hline 2 & 201.153 \\ \hline \end{array} \frac{1}{s}$$

Belka z utwierdzeniem

$$f_u = \frac{\omega u}{2 \cdot \pi} = \begin{array}{|c|c|} \hline & 1 \\ \hline 1 & 57.773 \\ \hline 2 & 32.015 \\ \hline \end{array} \cdot \text{Hz}$$

Belka bez utwierdzenia

$$f = \begin{array}{|c|c|} \hline & 1 \\ \hline 1 & 56.986 \\ \hline 2 & 23.161 \\ \hline \end{array} \frac{1}{s}$$

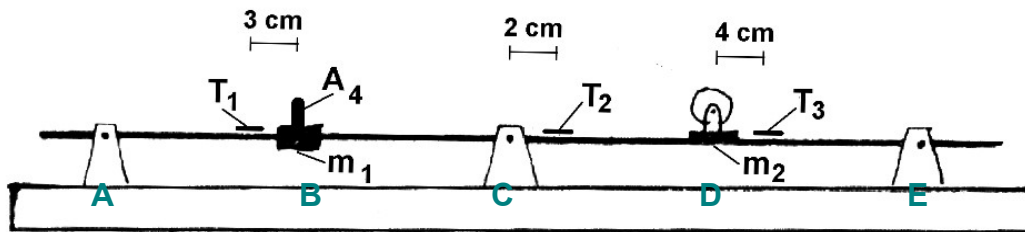
Belka porównania

$$\frac{f - f_u}{f} = \begin{array}{|c|c|} \hline & 1 \\ \hline 1 & -1.382 \\ \hline 2 & -38.226 \\ \hline \end{array} \cdot \%$$

Zmierzone wielkości częstotliwości drgań własnych należy porównać z obliczonymi

Belka bez utwierdzenia drgania wymuszone

$$\begin{cases} \delta_{11x} \cdot X_{1d} + \delta_{12D} \cdot X_{2d} + \delta_{1P} = 0 \\ \delta_{12D} \cdot X_{1d} + \delta_{22x} \cdot X_{2d} + \delta_{2P} = 0 \end{cases}$$



Dane podstawowe:

Masa skupiona na przesłach

$$Ma = \begin{array}{c|cc} & 1 & 2 \\ \hline 1 & 0.299 & 0 \\ \hline 2 & 0 & 0.394 \end{array} \text{ kg}$$

Masa wirująca

$$m_e = 7.36 \cdot 10^{-3} \cdot \text{kg}$$

Mimosród

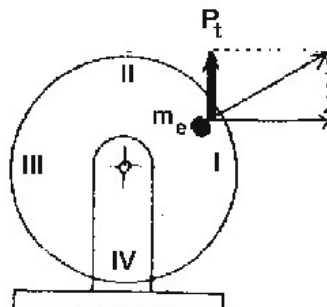
$$e_{\text{ww}} = 0.01675 \cdot m$$

Przyspieszenie ziemskie

$$g_{\text{ww}} = 9.81 \cdot \frac{m}{\text{sec}^2}$$

$$P_t = P_0 \sin p t$$

$$P_0 = m_e \cdot p^2 \cdot e$$



0	-	$P_t = 0$
$\frac{\pi}{2}$	-	$P_t = P_0$
π	-	$P_t = 0$
$\frac{3}{2}\pi$	-	$P_t = -P_0$
2π	-	$P_t = 0$

Dane obliczane:

Przykładowa częstotliwość zadana $f_w = 12.5 \cdot \text{Hz}$

Częstosc kolowa wymuszenia $p = 2 \cdot \pi \cdot f_w$ $p = 78.54 \cdot \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$ $p^2 = 6168.503 \cdot \left(\frac{\text{rad}}{\text{sec}}\right)^2$

Sila wymuszajaca $P_0 = m_e \cdot e \cdot p^2$ $P_0 = 0.76 \cdot \text{N}$

Sila ciezkosci $G_1 = Ma_{1,1} \cdot g$ $G_1 = 2.931 \cdot \text{N}$

$G_2 = Ma_{2,2} \cdot g$ $G_2 = 3.863 \cdot \text{N}$

Delty dynamiczne

$$\delta D = \delta d = \begin{array}{c|cc} & 1 & 2 \\ \hline 1 & 31.857 & -23.469 \\ \hline 2 & -23.469 & 115.552 \end{array} \cdot \frac{\text{mm}}{\text{kN}}$$

Delty modyfikowane

$$\delta D_{1,1} = \delta D_{1,1} - \frac{1}{Ma_{1,1} \cdot p^2}$$

$$\delta D_{2,2} = \delta D_{2,2} - \frac{1}{Ma_{2,2} \cdot p^2}$$

$$\delta D = \begin{array}{c|cc} & 1 & 2 \\ \hline 1 & -510.665 & -23.469 \\ \hline 2 & -23.469 & -296.147 \end{array} \cdot \frac{\text{mm}}{\text{kN}}$$

Delty od stanu P

$$\Delta P_1 = P_0 \cdot \delta d_{1,2} = -0.018 \cdot \text{mm}$$

$$\Delta P_2 = P_0 \cdot \delta d_{2,2} = 0.088 \cdot \text{mm}$$

$$\begin{cases} \delta_{11x} \cdot X_{1d} + \delta_{12D} \cdot X_{2d} + \delta_{1P} = 0 \\ \delta_{12D} \cdot X_{1d} + \delta_{22x} \cdot X_{2d} + \delta_{2P} = 0 \end{cases}$$

$$\underline{\underline{B}} = -\delta D^{-1} \cdot \Delta P = \begin{array}{c|c} & 1 \\ \hline 1 & -0.049 \\ \hline 2 & 0.301 \end{array} \text{N}$$

Belka z utwierdzeniem drgania wymuszone

Delty dynamiczne

$$\delta Du = \delta du = \begin{array}{c|cc} & 1 & 2 \\ \hline 1 & 30.253 & -13.903 \\ \hline 2 & -13.903 & 59.078 \end{array} \cdot \frac{\text{mm}}{\text{kN}}$$

Delty modyfikowane

$$\delta Du_{1,1} = \delta Du_{1,1} - \frac{1}{Ma_{1,1} \cdot p^2}$$

$$\delta Du_{2,2} = \delta Du_{2,2} - \frac{1}{Ma_{2,2} \cdot p^2}$$

$$\delta Du = \begin{array}{c|cc} & 1 & 2 \\ \hline 1 & -512.269 & -13.903 \\ \hline 2 & -13.903 & -352.621 \end{array} \cdot \frac{\text{mm}}{\text{kN}}$$

Delty od stanu P

$$\Delta P_1 = P_0 \cdot \delta du_{1,2} = -0.011 \cdot \text{mm}$$

$$\Delta P_2 = P_0 \cdot \delta du_{2,2} = 0.045 \cdot \text{mm}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \delta_{11x} \cdot X_{1d} + \delta_{12D} \cdot X_{2d} + \delta_{1P} = 0 \\ \delta_{12D} \cdot X_{1d} + \delta_{22x} \cdot X_{2d} + \delta_{2P} = 0 \end{array} \right.$$

$$B_u = -\delta Du^{-1} \cdot \Delta P = \begin{array}{c|c} & 1 \\ \hline 1 & -0.024 \\ \hline 2 & 0.128 \end{array} \text{ N}$$

$$B = \begin{array}{c|c} & 1 \\ \hline 1 & -0.049 \\ \hline 2 & 0.301 \end{array} \text{ N}$$

$$\frac{B - Bu}{B} = \begin{array}{|c|c|} \hline & 1 \\ \hline 1 & 50.531 \\ \hline 2 & 57.297 \\ \hline \end{array} \cdot \%$$

Przyspieszenia do porównań
(II zas Dynamiki)

$$a_u = \begin{pmatrix} \frac{Bu_1}{Ma_{1,1}} \\ \frac{Bu_2}{Ma_{2,2}} \end{pmatrix} = \begin{array}{|c|c|} \hline & 1 \\ \hline 1 & -80.726 \\ \hline 2 & 325.973 \\ \hline \end{array} \cdot \frac{\text{mm}}{\text{s}^2}$$

$$a_p = \begin{pmatrix} \frac{B_1}{Ma_{1,1}} \\ \frac{B_2}{Ma_{2,2}} \end{pmatrix} = \begin{array}{|c|c|} \hline & 1 \\ \hline 1 & -163.186 \\ \hline 2 & 763.344 \\ \hline \end{array} \cdot \frac{\text{mm}}{\text{s}^2}$$

Odpowiedź konstrukcji dla dowolnej wielkości częstotliwości

Belka podparta przegubowo

częstotliwość wymuszenia $f_z = 0, 0.1 \cdot \text{Hz} \dots 100 \cdot \text{Hz}$

delty zmodyfikowane

$$\text{del}_{1.1}(f_z) = \delta d_{1,1} - \frac{1}{Ma_{1,1} \cdot (2 \cdot \pi \cdot f_z)^2}$$

$$\text{del}_{2.2}(f_z) = \delta d_{2,2} - \frac{1}{Ma_{2,2} \cdot (2 \cdot \pi \cdot f_z)^2}$$

wyrazy wolne UR

$$DP_1(f_z) = m_e \cdot e \cdot [(2 \cdot \pi \cdot f_z)^2] \cdot \delta d_{1,2}$$

$$DP_2(f_z) = m_e \cdot e \cdot [(2 \cdot \pi \cdot f_z)^2] \cdot \delta d_{2,2}$$

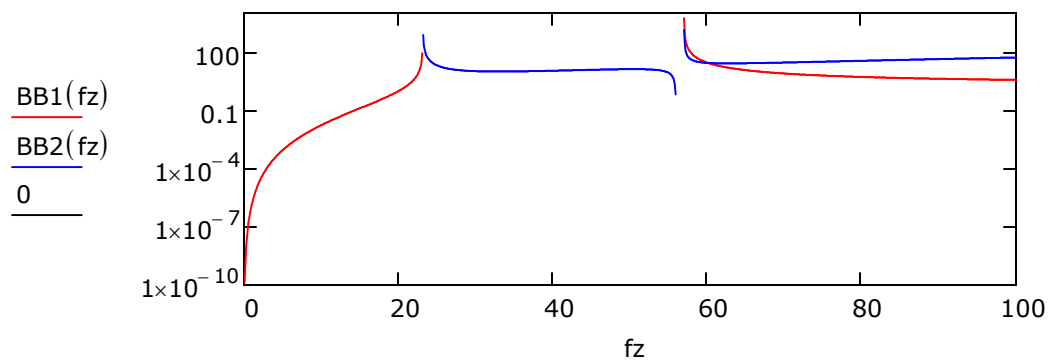
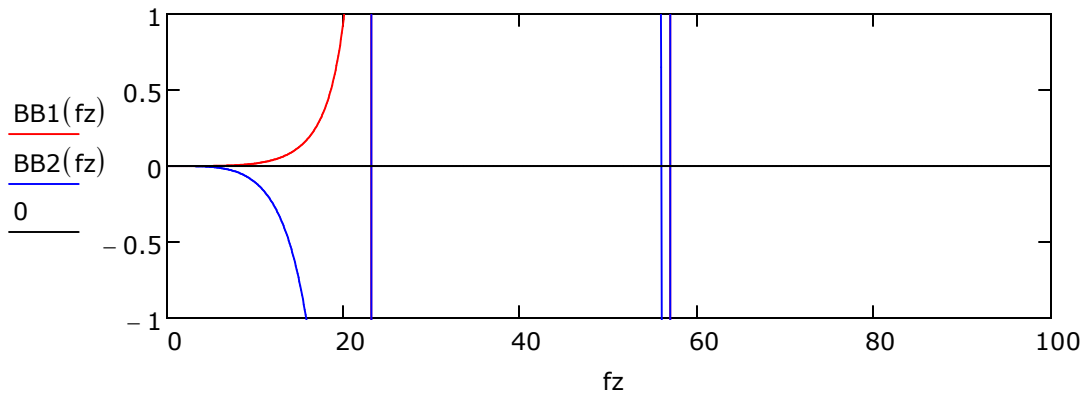
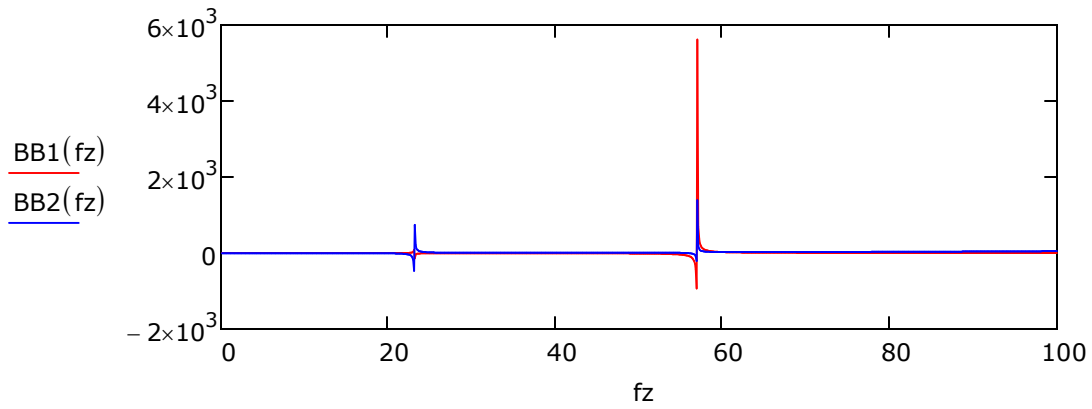
Rozwiązane przy pomocy wyznaczników

$$Wg(f_z) = \text{del}_{1.1}(f_z) \cdot \text{del}_{2.2}(f_z) - \delta D_{1,2} \cdot \delta D_{2,1}$$

$$WB1(f_z) = DP_1(f_z) \cdot \text{del}_{2.2}(f_z) - \delta D_{1,2} \cdot DP_2(f_z)$$

$$WB2(f_z) = DP_2(f_z) \cdot \text{del}_{1.1}(f_z) - \delta D_{1,2} \cdot DP_1(f_z)$$

$$BB1(fz) = \frac{WB1(fz)}{Wg(fz)} \qquad BB2(fz) = \frac{WB2(fz)}{Wg(fz)}$$



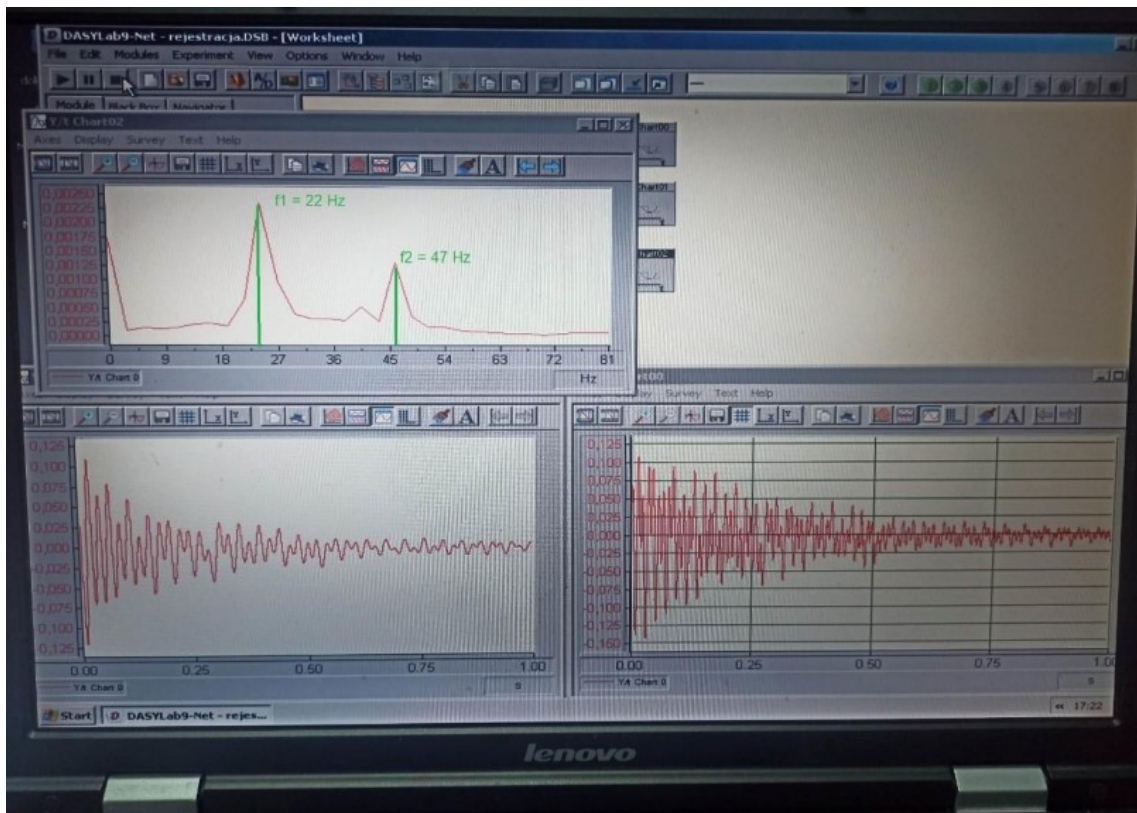
Znając częstotliwość wymuszenia i odpowiedź w dziedzinie częstotliwości wykonać porównanie wartości obliczonych z zmierzonych

Tok postępowania-LAB 4

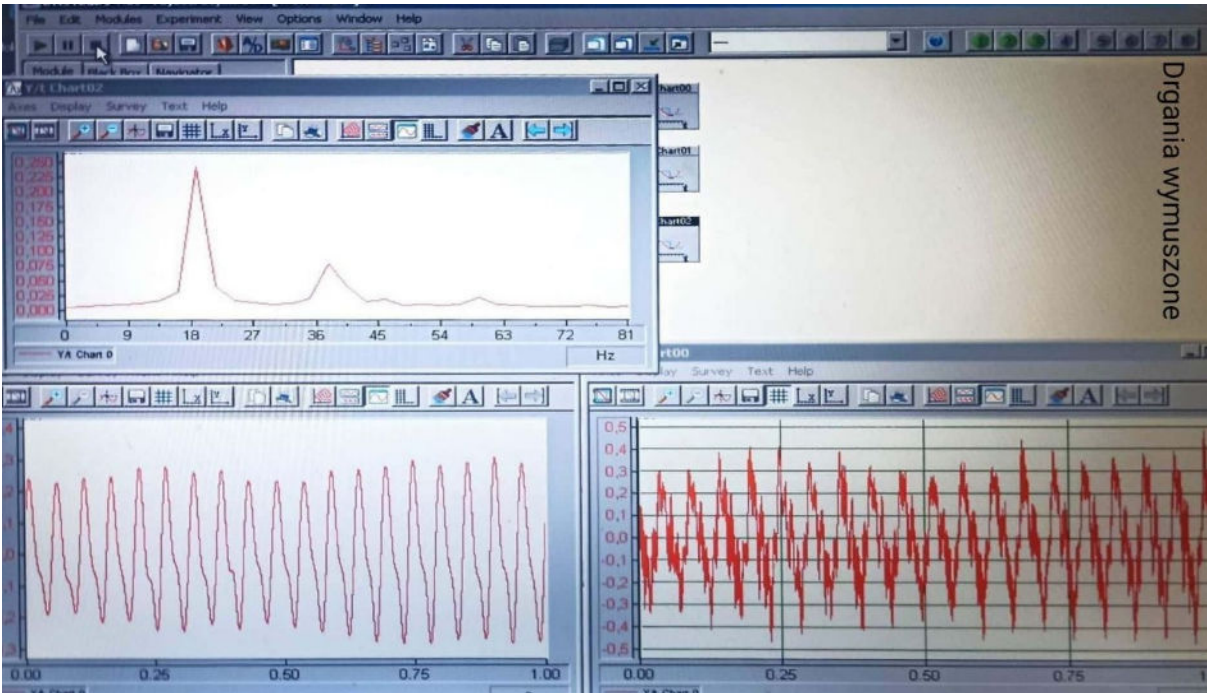
1) Obliczone wartości częstotliwości (pierwszą i drugą) odpowiednio dla belki 1 i 2 porównać ze zmierzonymi pokazanymi na transformacie Fouriera (zdjęcia - zrzuty ekranów, które Państwo robili - np Rys.1)

2) Siła bezwładności przy wymuszeniu - z wibrogramu (rys.2) po eliminacji częstości własnych (pkt.1) wybrać częstotliwość wymuszenia, którą implementujemy jak p (częstość kołowa) do procedury (pkt drgania wymuszone) obliczając siły bezwładności. Ponieważ rejestrowaliśmy przyspieszenia w pkt 1 to znając masę możemy obliczyć siłę (zgodnie z II zasadą Dynamiki Newtona) którą porównujemy z obliczoną.

3) W obu punktach obliczyć błędy.



Rys.1 Problem własny belki



Rys.2 Drgania wymuszone silnikiem - tutaj częstotliwość wymuszenia wynosi około 19 Hz